CONCOURS ''SEMENCES GENIES SCIENCES ET TECHNOLOGIES''

Niveau : 4e Année industrielle

Epreuve de Mathématiques. (40pts) Coef : 4

EVALUATION DES RESSOURCES (16pts)
<u>ACTIVITES NUMERIQUES (8pts)</u>

Proposition du corrigé

Exercice 1 (2pts)

Un terrain rectangulaire a pour dimensions $165m$ et $130m$. On désire l'entourer avec du fil barbelé attaché sur des poteaux équidistants. Chaque angle du terrain devra recevoir un poteau.

1. Déterminons le $PGCD$ de 165 et 130.
   Méthode par division euclidienne :

a	165	130	35	25	10
b	130	35	25	10	5
r	35	25	10	5	0

   Donc le $PGCD$ de 165 et 130 est 5.
2. Déterminons le nombre de poteaux nécessaires pour entourer le terrain sachant que l'écart entre deux poteaux doit être un entier naturel et le plus grand possible.
   Déterminons le périmètre : $P = (L + l) \times 2 = (165 + 130) \times 2 = 590m$.
   Déterminons le nombre de poteaux : $N = \frac{P}{PGCD} = \frac{590}{5} = 118$. On aura besoin de 118 poteaux

Exercice 2 (6pts)

Soient P et F deux polynomes définis par : $P(x) = (x-2)^2 - 16$ et $F(x) = 2x(x-6) - (6-x)(x+1)$.

1. Développer et réduire $F(x)$.(1pt)
   $F(x) = 2x(x-6) - (6-x)(x+1) = 2x^2 - 12x - (6x + 6 - x^2 - x) = 3x^2 - 17x - 6$

2. Factorisons$P(x)$ et $F(x)$. (1pt)
   $P(x) = (x-2)^2 - 16 = (x-2-4)(x-2+4) = (x-6)(x+2)$.
   $F(x) = 2x(x-6) - (6-x)(x+1) = 2x(x-6) + (x-6)(x+1) = (x-6)(2x+x+1)$
   $= (x-6)(3x+1)$
3. Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'équation $(x-6)(3x+1) = 0$. (0,5pt)
   $(x-6)(3x+1) = 0 \Leftrightarrow x - 6 = 0ou3x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = 6$ ou $x = -\frac{1}{3}$.
4. On pose $R(x) = \frac{(x-6)(3x+1)}{(x-6)(x+2)}$.
   a. Donnons la condition d'existence de $R(x)$. (0,5pt)
      $(x-6)(x+2) \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 6etx \neq -2$.
   b. Simplifions la fraction $R(x)$. (0,5pt)
      $$R(x) = \frac{(x-6)(3x+1)}{(x-6)(x+2)} = \frac{(3x+1)}{(x+2)}$$
   c. Déterminons la valeur numérique de $Q(x) = \frac{3x+1}{x+2}$ pour $x = \sqrt{5}$. (1pt)
      $$Q(x) = \frac{3\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}+2} = \frac{(3\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-2)}{\sqrt{5}^2 - 2^2} = (3\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-2)$$
5. Résolvons dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ le système d'équations $\begin{cases} x - 3y & = & -5 \\ 2x + 5y & = & 12 \end{cases}$. (1pt)
   La solution est $(1; 2)$

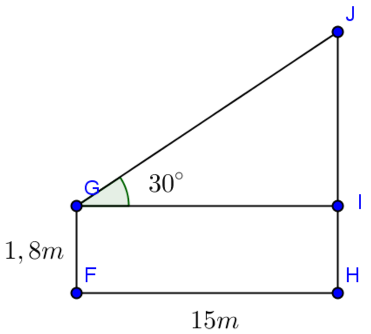
6. On donne $1{,}732 < \sqrt{3} < 1{,}733$. Donnons un encadrement d'ordre 3 de $B = 7 - 5\sqrt{3}$. (0,5pt)

$$1{,}732 < \sqrt{3} < 1{,}733 \Leftrightarrow -8{,}66 > -5\sqrt{3} > -8{,}665 \Leftrightarrow -1{,}66 > 7 - 5\sqrt{3} > -1{,}665$$

ACTIVITES GEOMETRIQUES (8pts)

Exercice 4 (3pts)

Moussa mesure $1{,}8m$. Il est matérialisé par le segment $[GF]$ de la figure ci-contre. Il veut mesurer la hauteur d'une maison matérialisée par $[HJ]$. On donne $\sin 30 = \frac{1}{2}$; $\cos 30 = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $\tan 30 = \frac{\sqrt{3}}{3}$



1. Calculons le coté IJ. (1pt)

$$\tan 30 = \frac{IJ}{GI} \Leftrightarrow IJ = GI \times \tan 30 = 15 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 5\sqrt{3}m$$

2. Déduisons la longueur HJ. (1pt)

$HJ = HI + IJ = 1{,}8 + 5\sqrt{3} = 10{,}46m$

3. Sachant que $\cos x = \frac{\sqrt{5}}{3}$ calculonssin x. (1pt)

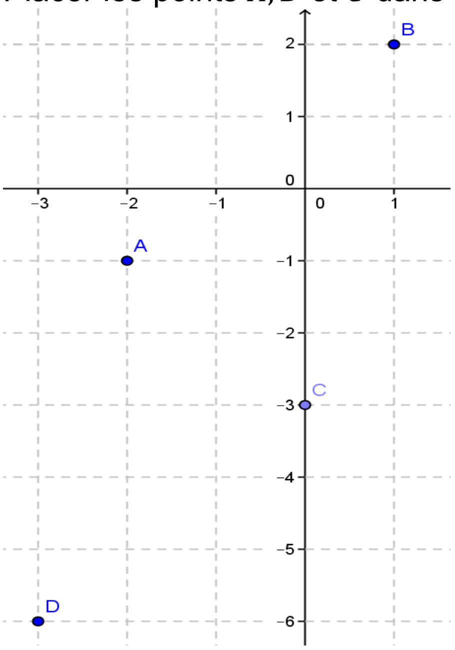
$\cos^2 x + \sin^2 x = 1 \Leftrightarrow \sin^2 x = 1 - \cos^2 x = 1 - \frac{5}{9} = \left(\frac{2}{3}\right)^2.$

Donc $\sin x = \frac{2}{3}$ ou $\sin x = -\frac{2}{3}$.

Exercice 5 (5pts)

Le plan est muni d'un repère orthonormé$(O; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$ on donne les points $A(-2; -1)$, $B(1; 2)$ et $C(0; -3)$.

1. Placer les points A, B et C dans le repère. (1pt)



2. Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$. (1pt)

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+2 \\ 2+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}.$

3. Déterminer l'équation cartésienne de la droite (AB). (1pts)

$$\begin{vmatrix} x+3 & 3 \\ x+1 & 3 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow 3(x+3) - 3(y+1) = 0 \Leftrightarrow x - y + 2 = 0.$$

4. Déterminer les coordonnées du point I milieu du segment $[AB]$.(0,5pt)

$$I\begin{pmatrix} \dfrac{-2+1}{2} \\ \dfrac{-1+2}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dfrac{-1}{2} \\ \dfrac{1}{2} \end{pmatrix}$$

5. Calculons la distance AB.

$AB = \sqrt{3^3 + 3^2} = 3\sqrt{2}$ (0.5pt)

6. Déterminons les coordonnées du point D tel que le quadrilatère $ABCD$ soit un parallélogramme. (1pt)

$\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x \\ y+3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \end{pmatrix} \Leftrightarrow x = -3ety = -6.$

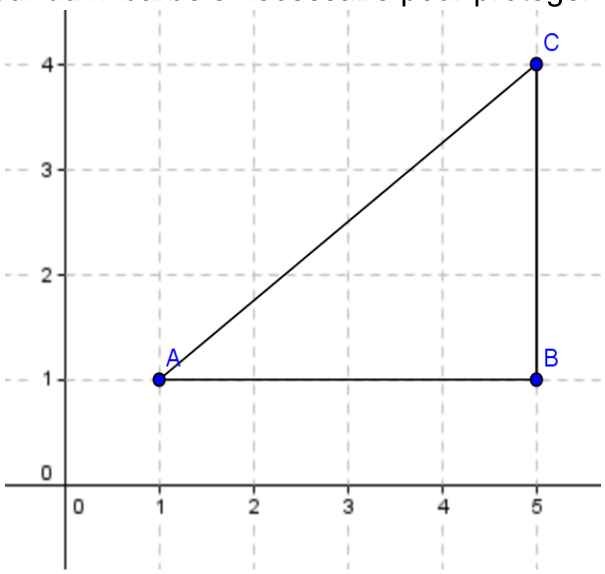
EVALUATION DES COMPETENCES (24pts)

Pour protéger ses cultures contre les bêtes, Sonfack compte entourer son champ de deux rangers de fils barbelés. Ce champ a la forme d'un triangle dont les sommets$A$, B et C ont pour coordonnées $A(1;1)$, $B(5;1)$ et $C(5;4)$ dans un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ où l'unité graphique est le dam.

Pour rafraichir ses travailleurs, Sonfack vient avec un seau de $3768cm^3$ de glaces. Chaque employé reçois un cornet de glace et la quantité apportée est suffisante pour tous les employés présents. Le cornet a la forme d'un cône surmonté d'une demi-sphère comme l'indique la figure 1 ci-dessous. On donne le rayon $EC = 3cm$ et la hauteur $AE = 10cm$. On rappelle que le volume d'une sphère de rayon R est donné par : $V_S = \frac{4}{3}\pi R^3$.

Sonfack récolte son maïs et le conserve dans son grenier ayant la forme d'une pyramide régulière à base carrée de côté $LM = 5m$ comme l'indique la figure 2 ci-dessous. Le niveau du maïs atteint la section $GHIJ$ à partir du bas. Il sait que la hauteur de la petite pyramide est $FK = 4m$ et celle de la grande est $FE = 6m$.

Tâche 1. Matérialisons le champ en plaçant les points dans le repère et déterminons la longueur du fil barbelé nécessaire pour protéger les cultures de Sonfack



On calcule les distances AB, AC et BC à l'aide des coordonnées et on trouve $AB = 4dam$, $AC = 5dam$ et $BC = 3dam$

La longueur du fil barbelé nécessaire pour protéger les cultures de Sonfack correspond au double du périmètre du terrain et le périmètre est $P = AB + BC + AC = 4 + 5 + 3 = 12dam$

Donc on a besoin de $12dam \times 2 = 24dam$ de fils barbelés pour entourer le champ.

Tâche 2. Déterminons le nombre d'employés sachant que chaque employé a eu une glace.

- Calculons le volume de la glace : $V = \frac{1}{3}\mathcal{B} \times h = \frac{\pi r^2 h}{3} = \frac{3{,}14\times3^2\times10}{3} = 94{,}2cm^3$.
- Calculons le volume de la demi sphère : $V_S = \frac{1}{2}\frac{4\pi r^3}{3} = \frac{4\times3{,}14\times3^3}{2\times3} = 56{,}52cm^3$.
- Calculons le volume total : $V_T = 94{,}2cm^3 + 56{,}52cm^3 = 150{,}72$.
- Calculons le nombre d'employés : $N = \frac{3768}{150{,}72} = 25$. On a donc 25 employés

Tâche 3. Déterminons le volume de maïs conservé dans le tronc de pyramide

- Calculons le volume de la pyramide : $V = \frac{1}{3}\mathcal{B} \times h = \frac{c^2 h}{3} = \frac{5^2\times6}{3} = 50m^3$.
- Calculons le rapport de réduction $k = \frac{h'}{h} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.
- Calculons le volume de la petite pyramide : $V' = k^3 V = \left(\frac{2}{3}\right)^3 \times 50 = 14{,}814m^3$.
- Calculons le volume du tronc de pyramide : $V_T = V - V' = 50 - 14{,}814 = 35{,}186m^3$.
- Le volume du maïs est $35{,}186m^3$.

Figure 1

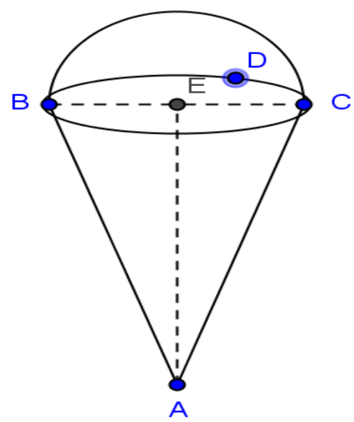
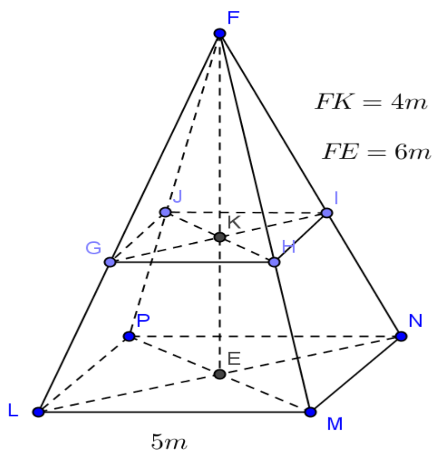


Figure 2



Epreuve de Mathématiques   Classe : 3ème   Durée : 2 heures   coef : 4

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES (8 points)

I- ACTIVITES NUMERIQUES : 4 points

Exercice 1 : 1,5 point

1. Montrer que le nombre $A = \dfrac{\frac{12}{7}-\frac{6}{7}\times\frac{13}{3}}{\frac{1}{49}\times\left(-\frac{7}{4}-\frac{7}{3}\right)}$ est un nombre entier naturel. **0,75pt**
2. Déterminer l'écriture scientifique du nombre $B = \dfrac{400\times10^{-3}\times0{,}6\times10^{-1}}{0{,}002\times10^{6}}$ **0,75pt**

Exercice 2 : 2,5 points

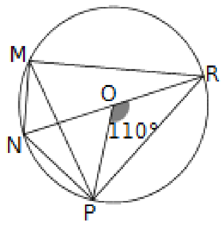
On donne $C = 4x^2 - 4x + 1 - 3(x-1)(2x-1)$ et $D = \dfrac{(2x-1)(2+x)}{(2-x)(2x-1)}$

1. **a)** Développer, réduire et ordonner C suivant les puissances décroissantes de x. **0,5pt**
   b) Factoriser C. **0,5pt**
   c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $(2x-1)(2-x) = 0$. **0,5pt**
2. **a)** Déterminer la condition d'existence d'une valeur numérique de D et simplifier D. **0,5pt**
   b) Montrer que pour $x = \sqrt{3}$ on a $D = 7 + 4\sqrt{3}$. **0,5pt**

II- ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES : 4 points

Exercice 1 : 2 points

On considère la figure ci-contre où le cercle a pour rayon 3cm.



1. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{PMR}$? **0,25pt**
2. **a)** Justifier que le triangle NPR est rectangle en P. **0,25pt**
   b) Montrer que la mesure de l'angle $\widehat{NRP}$ est 35°. **0,5pt**
3. Calculer les longueurs NP et PR. **1pt**

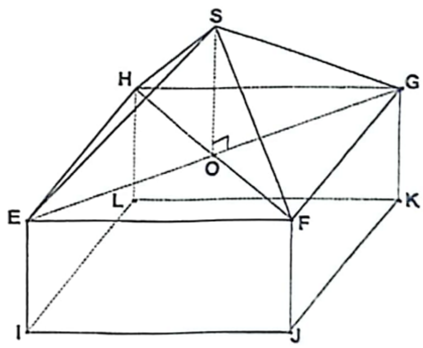
Exercice 2 : 2 points

On donne dans le plan muni d'un repère orthonormé$(\boldsymbol{O};\vec{\imath},\vec{\jmath})$, les points A (-2 ; 1), B(1 ;2), C(-5;0) et la droite (D) d'équation $3x + y - 1 = 0$.

1. **a)** Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$. **0,5pt**
   b) Justifier que les points A, B et C sont alignés. **0,5pt**
2. **a)** Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB). **0,5pt**
   b) Montrer que les droites (AB) et (D) sont perpendiculaires. **0,5pt**

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES (12 points)

Situation N° 1 : 6,75 points



La figure ci-contre est une maquette d'un Boukarou ayant la forme d'un pavé droit surmonté d'une pyramide. Le sol de ce Boukarou doit être entièrement recouvert des carreaux carrés de même dimension. Pour des raisons économiques, ces carreaux doivent être les plus grands possibles et posés sans découpe à raison de 500 FCFA l'un. Le toit doit être entièrement recouvert de tuile vendue à 5500 FCFA le mètre carré. On sait que 100 litres d'air renferme 21 litres d'oxygène et on estime à 400 litres la quantité d'oxygène journalière nécessaire par personne dans ce Boukarou avec plafond. On donne : EF=5,20m ; FG=6,40m ; SO=2,5m et GK=3,5m

Tâches :

1. Quelle est la dépense pour le revêtement du sol de ce Boukarou ? **2,25pts**
2. Quelle est la dépense pour le revêtement du toit de ce Boukarou ? **2,25pts**
3. Combien de personnes au maximum pourront passer une journée dans ce Boukarou préalablement remplie d'aire ? **2,25pts**

Situation N°2 : 4,5 points

Monsieur MATA dispose d'un espace commercial qu'il souhaite confectionner pour le remettre en location. Pour cela il aura besoin de 7 sacs de ciments et 3 sceaux de peinture. Il se rend chez deux de ses voisins qui viennent de réfectionner leurs salons en payant les mêmes articles et aux mêmes prix dans la même quincaillerie pour se renseigner sur les prix. Le premier a acheté 5 sacs de ciment et 3 sceaux de peintures pour un montant total de 47500FCFA. Le deuxième a acheté 4sacs de ciments et un sceau de peinture pour un montant total de 27500FCFA. Monsieur MATA souhaite donc savoir combien il dépensera.
Pour la location de cette boutique, il envisage proposer deux modes de paiement au locataire. Le premier mode consistera à payer 60000FCFA chaque mois après avoir versé une caution de 240 000FCFA. Le deuxième mode consistera à payer chaque mois une somme de 80000FCFA sans caution.
NINA est une esthéticienne expérimentée qui souhaite louer la boutique de monsieur MATA pour ouvrir un nouveau institut de beauté. Elle avait relevé dans le tableau ci-dessous les montants journaliers qu'elle obtenait dans son premier institut durant un mois.

Montants journaliers (FCFA)	[3000 ; 3500[	[3500 ; 4000[	[4000; 4500[	[4500; 5000[
Nombre de jours	8	10	7	5

En supposant que NINA fonctionne dans les mêmes conditions que le premier institut, elle souhaite savoir si le montant journalier moyen qu'elle pourrait obtenir dans son nouveau institut de beauté sera suffisant pour gérer ses factures à la fin d'un mois qui s'élèvent à 100 000FCFA.

Tâches :

1. Combien monsieur MATA dépensera-t-il pour l'achat du ciment et la peinture ? **1,5pt**
2. A partir de combien de mois de location le premier mode de paiement serait-il avantageux ? **1,5pt**
3. NINA pourrait-elle gérer ses factures à la fin d'un mois ? **1,5pt**

Présentation **0,75pt**

Epreuve : **Mathématiques** Niveau : **4ème Année Ind.** Durée : **2 h** Coef : **4**

I. EVALUATION DES RESSOURCES (16pts)

ACTIVITES NUMERIQUES (8pts)

Exercice 1 (2pts)

Un terrain rectangulaire a pour dimensions $165m$ et $130m$. On désire l'entourer avec du fil barbelé attaché sur des poteaux équidistants. Chaque angle du terrain devra recevoir un poteau.

1. Déterminer le $PGCD$ de 165 et 130. (1pt)
2. Déterminer le nombre de poteaux nécessaires pour entourer le terrain sachant que l'écart entre deux poteaux doit être un entier naturel et le plus grand possible. (1pt)

Exercice 2 (6pts)

Soient P et F deux polynomes définis par :

$P(x) = (x-2)^2 - 16$ et $F(x) = 2x(x-6) - (6-x)(x+1)$.

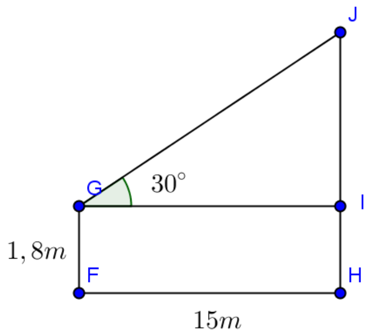
1. Développer et réduire $F(x)$. (1pt)
2. Factoriser $P(x)$ et $F(x)$. (1pt)
3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $(x-6)(3x+1) = 0$. (0,5pt)
4. On pose $R(x) = \frac{(x-6)(3x+1)}{(x-6)(x+2)}$.
   a. Donner la condition d'existence de $R(x)$. (0,5pt)
   b. Simplifier la fraction $R(x)$. (0,5pt)
   c. Détermine la valeur numérique de $Q(x) = \frac{(3x+1)}{(x+2)}$ pour $x = \sqrt{5}$. (1pt)
5. Résoudre dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ le système d'équations $\begin{cases} x - 3y &= -5 \\ 2x + 5y &= 12 \end{cases}$ (1pt)
6. On donne $1,732 < \sqrt{3} < 1,733$. Donner un encadrement d'ordre 3 de $B = 7 - 5\sqrt{3}$. (0,5pt)

ACTIVITES GEOMETRIQUES (8pts)

Exercice 4 (3pts)

Moussa mesure $1,8m$. Il est matérialisé par le segment $[GF]$ de la figure ci-contre. Il veut mesurer la hauteur d'une maison matérialisée par $[HJ]$. On donne $\sin 30° = \frac{1}{2}$; $\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $\tan 30° = \frac{\sqrt{3}}{3}$

1. Calculer longueur IJ. (1pt)
2. Déduire la longueur HJ. (1pt)
3. Sachant que $\cos x = \frac{\sqrt{5}}{3}$ calculer $\sin x$. (1pt)



Exercice 5 (5pts)

Le plan est muni d'un repère orthonormé$(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$ on donne les points $A(-2;-1)$, $B(1;2)$ et $C(0;-3)$.

1. Placer les points A, B et C dans le repère. (1pt)
2. Calculer les coordonnées du vecteur$\overrightarrow{AB}$. (1pt)
3. Déterminer l'équation cartésienne de la droite (AB). (1pts)
4. Déterminer les coordonnées du point I milieu du segment$[AB]$. (0,5pt)
5. Calculer la distance AB. (0.5pt)
6. Déterminer les coordonnées du point D tel que le quadrilatère $ABCD$ soit un parallélogramme. (1pt)

II. EVALUATION DES COMPETENCES (24pts)

Pour protéger ses cultures contre les bêtes, Sonfack compte entourer son champ de deux rangers de fils barbelés. Ce champ a la forme d'un triangle dont les sommets$A$, B et C ont pour coordonnées $A(1;1)$, $B(5;1)$ et $C(5;4)$ dans un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ où l'unité graphique est le dam.

Pour rafraichir ses travailleurs, Sonfack vient avec un seau de $3768cm^3$ de glaces. Chaque employéreçois un cornet de glace et la quantité apportée est suffisante pour tous les employés présents. Le cornet a la forme d'un cône surmonté d'une demi-sphère comme l'indique la figure 1 ci-dessous. On donne le rayon $EC = 3cm$ et la hauteur $AE = 10cm$. On rappelle que le volume d'une sphère de rayon R est donné par : $V_S = \frac{4}{3}\pi R^3$.

Sonfack récolte son maïs et le conserve dans son grenier ayant la forme d'une pyramide régulière à base carrée de côté $LM = 5m$ comme l'indique la figure 2 ci-dessous. Le niveau du maïs atteint la section $GHIJ$ à partir du bas. Il sait que la hauteur de la petite pyramide est $FK = 4m$ et celle de la grande est $FE = 6m$.

Tâche 1. Après avoir matérialisé le champ en plaçant les points dans le repère, déterminer la longueur du fil barbelé nécessaire pour protéger les cultures de Sonfack.

Tâche 2. Déterminer le nombre d'employés sachant que chaque employé a eu une glace.

Tâche 3. Déterminer le volume de maïs conservé dans le tronc de pyramide

Figure 1

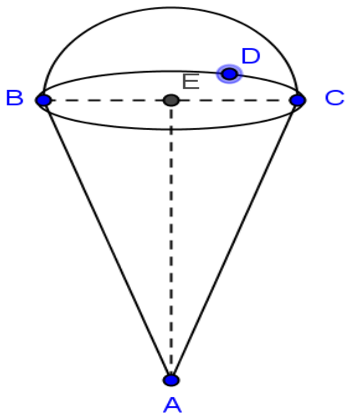


Figure 2